

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«29» мая 2024 г., протокол № 8

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки

Математика; информатика

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Очная\ очно-заочная\заочная

Год начала подготовки - **2024**

Карачаевск, 2024

**ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА СВОБОДНОГО ИЗЛОЖЕНИЯ
С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ**

6	Прочитайте текст и запишите развернутый ответ. Дифференциальное уравнение вида: $y'' + P(x)y = f(x)y^m$, $m \in R$. При $m = 0$ оно превращается.	ПК-3
7	Прочитайте текст и запишите развернутый ответ. Определите тип дифференциального уравнение $\frac{dy}{dx} = y \cos(x) + \cos(x)$.	ПК-1
8	Прочитайте текст и запишите развернутый ответ. Общее решение линейного неоднородного уравнения равно сумме?	ПК-3
9	Прочитайте текст и запишите развернутый ответ. Общим решением дифференциального уравнения первого порядка $y' = f(x, y)$ называется функция $y = \varphi(x, c)$, содержащая одну произвольную постоянную c и удовлетворяющая условиям: 1. Функция $y = \varphi(x, c)$ как функция аргумента x является решением дифференциального уравнения. 2. ?	ПК-3

ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА НА УСТАНОВЛЕНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

10	Прочитайте текст и установите правильную последовательность. Установите последовательность шагов для нахождения общего решения линейного однородного уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами $y'' + py' + qy = 0$: 1. Запишем характеристическое уравнение $k^2 + p \cdot k + q = 0$; 2. Учитывая значения корней характеристического уравнения, запишем общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами как: <ul style="list-style-type: none"> • $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$, если $k_1 \neq k_2$, $k_1, k_2 \in R$; • $y = C_1 e^{k_0 x} + C_2 x e^{k_0 x}$, если $k_1 = k_2 = k_0$, $k_0 \in R$; • $y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$, если $k_1 = \alpha + i\beta$, $k_2 = \alpha - i\beta$. 3. Найдем корни характеристического уравнения k_1 и k_2 ;	ПК-1
----	--	------

Запишите соответствующую последовательность в виде цифр слева направо.

11		<p>Прочитайте текст и установите правильную последовательность.</p> <p>Установите последовательность шагов для нахождения общего решения линейного неоднородного уравнения 1-го порядка $y' + P(x)y = f(x)$ (1) с использованием метода вариации произвольной постоянной:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Ищем решение однородного уравнения $y' + P(x)y = 0$ (2); 2. Заменим постоянную C на функцию $C(x)$; 3. Находим общее решение однородного уравнения $y = Ce^{-\int p(x)dx}$; 4. Вычисляя производную $y' = C'(x)e^{-\int p(x)dx} - C(x)p(x)e^{-\int p(x)dx}$ и подставляя в исходное уравнение (1); 5. Подставляя найденное значение $C(x)$ в (2) получим общее решение уравнения (1). <p>Запишите соответствующую последовательность в виде цифр слева направо.</p>	ПК-3
12		<p>Прочитайте текст и установите правильную последовательность.</p> <p>Последовательность шагов для решения уравнения в полных дифференциалах $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ где M и N - функции от x и y:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Выполняется ли условие $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$. Если это условие выполняется, уравнение является полным и можно переходить к следующему шагу. 2. Находим $g(y)$: $\frac{\partial F}{\partial y} = N(x, y)$; 3. Находим функцию $F(x, y)$, такую что: $\frac{\partial F}{\partial x} = M(x, y)$ и $\frac{\partial F}{\partial y} = N(x, y)$ $F(x, y) = \int M(x, y)dx + g(y)$ где $g(y)$ — произвольная функция от y. 4. Общее решение: $F(x, y) = C$ <p>в виде цифр слева направо.</p>	ПК-1

13		<p>Прочитайте текст и установите правильную последовательность. Установите правильную последовательность действий для решения уравнения $y' = \cos(y - x)$:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $z = y - x, \Rightarrow y' = z' + 1$; 2. $z' + 1 = \cos(z)$; 3. $ctg \frac{y-x}{2} = x + C$. 4. $ctg \frac{z}{2} = x + C$; <p>Запишите соответствующую последовательность в виде цифр слева направо.</p>	ПК-3
14		<p>Прочитайте текст и установите правильную последовательность. Установите последовательность действий, метода сведения системы ДУ</p> $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = 4y - 3z, \\ \frac{dz}{dx} = 2y - 3z. \end{cases}$ <p>к одному дифференциальному уравнению второго порядка.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Подставляем значение z во второе уравнение последней системы: $y'' - y' - 6y = 0$. 2. Подставляем $z' = 2y - 3z$ в полученное равенство: $y'' = 4y' - 3(2y - 3z)$. Составляем систему уравнений $\begin{cases} y' = 4y - 3z, \\ y'' = 2y - 3z. \end{cases}$ 3. Из первого уравнения системы выражаем z через y и y': $z' = \frac{4y - y'}{3}$. 4. Продифференцируем первое уравнение $y'' = 4y' - 3z'$; <p>Запишите соответствующую последовательность в виде цифр слева направо.</p>	ПК-1

ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА НА УСТАНОВЛЕНИЕ СООТВЕТСТВИЯ

15

Прочитайте текст и установите соответствие
Найдите соответствие.

	Дифференциальное уравнение		Частное решение
A	$y' = \frac{1}{1+x}$	1	$y = \arctg(x)$
B	$y' = \frac{1}{1+x^2}$	2	$y = ctg(x)$
C	$y' = -\frac{1}{\sin^2(x)}$	3	$y = \ln 1+x $
D	$y' = -\frac{1}{\cos^2(x)}$	4	$y = -tg(x)$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

A	B	C	D

ПК-1

16		<p style="text-align: center;">Прочитайте текст и установите соответствие Найдите соответствие.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 5%;"></th> <th style="width: 45%;">Дифференциальное уравнение</th> <th style="width: 5%;"></th> <th style="width: 45%;">Частное решение</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td style="text-align: center;">$y' = \frac{1}{1-x}$</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">$y = -\sin(x)$</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td style="text-align: center;">$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">$y = -\ln 1-x$</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td style="text-align: center;">$y' = -\sin(x)$</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">$y = \arcsin(x)$</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td style="text-align: center;">$y' = -\cos(x)$</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">$y = \cos(x)$</td> </tr> </tbody> </table> <p>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 25%;">A</td> <td style="width: 25%;">B</td> <td style="width: 25%;">C</td> <td style="width: 25%;">D</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>		Дифференциальное уравнение		Частное решение	A	$y' = \frac{1}{1-x}$	1	$y = -\sin(x)$	B	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	2	$y = -\ln 1-x $	C	$y' = -\sin(x)$	3	$y = \arcsin(x)$	D	$y' = -\cos(x)$	4	$y = \cos(x)$	A	B	C	D					ПК-3
	Дифференциальное уравнение		Частное решение																												
A	$y' = \frac{1}{1-x}$	1	$y = -\sin(x)$																												
B	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	2	$y = -\ln 1-x $																												
C	$y' = -\sin(x)$	3	$y = \arcsin(x)$																												
D	$y' = -\cos(x)$	4	$y = \cos(x)$																												
A	B	C	D																												
17		<p style="text-align: center;">Прочитайте текст и установите соответствие Найдите соответствие.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 5%;"></th> <th style="width: 45%;">Частное решение</th> <th style="width: 5%;"></th> <th style="width: 45%;">Дифференциальное уравнение</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td style="text-align: center;">$y = \arccos(x^2)$</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">$y' = -2x\sin(x^2)$</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td style="text-align: center;">$y = \arctg(x^2)$</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">$y' = \frac{2x}{\cos^2(x)}$</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td style="text-align: center;">$y = \cos(x^2)$</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">$y' = -\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td style="text-align: center;">$y = \operatorname{tg}(x^2)$</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">$y' = \frac{2x}{1+x^2}$</td> </tr> </tbody> </table> <p>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 25%;">A</td> <td style="width: 25%;">B</td> <td style="width: 25%;">C</td> <td style="width: 25%;">D</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>		Частное решение		Дифференциальное уравнение	A	$y = \arccos(x^2)$	1	$y' = -2x\sin(x^2)$	B	$y = \arctg(x^2)$	2	$y' = \frac{2x}{\cos^2(x)}$	C	$y = \cos(x^2)$	3	$y' = -\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$	D	$y = \operatorname{tg}(x^2)$	4	$y' = \frac{2x}{1+x^2}$	A	B	C	D					ПК-1
	Частное решение		Дифференциальное уравнение																												
A	$y = \arccos(x^2)$	1	$y' = -2x\sin(x^2)$																												
B	$y = \arctg(x^2)$	2	$y' = \frac{2x}{\cos^2(x)}$																												
C	$y = \cos(x^2)$	3	$y' = -\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$																												
D	$y = \operatorname{tg}(x^2)$	4	$y' = \frac{2x}{1+x^2}$																												
A	B	C	D																												

18		<p align="center">Прочитайте текст и установите соответствие Найдите соответствие.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Частное решение</th> <th></th> <th>Дифференциальное уравнение</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>$y = \arcsin(x^2)$</td> <td>1</td> <td>$y' = -\frac{2x}{\sin^2(x)}$</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>$y = \text{arctg}(x^2)$</td> <td>2</td> <td>$y' = 2x\cos(x^2)$</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>$y = \sin(x^2)$</td> <td>3</td> <td>$y' = -\frac{2x}{1+x^2}$</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>$y = \text{ctg}(x^2)$</td> <td>4</td> <td>$y' = \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$</td> </tr> </tbody> </table> <p>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		Частное решение		Дифференциальное уравнение	A	$y = \arcsin(x^2)$	1	$y' = -\frac{2x}{\sin^2(x)}$	B	$y = \text{arctg}(x^2)$	2	$y' = 2x\cos(x^2)$	C	$y = \sin(x^2)$	3	$y' = -\frac{2x}{1+x^2}$	D	$y = \text{ctg}(x^2)$	4	$y' = \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$	A	B	C	D					ПК-3
	Частное решение		Дифференциальное уравнение																												
A	$y = \arcsin(x^2)$	1	$y' = -\frac{2x}{\sin^2(x)}$																												
B	$y = \text{arctg}(x^2)$	2	$y' = 2x\cos(x^2)$																												
C	$y = \sin(x^2)$	3	$y' = -\frac{2x}{1+x^2}$																												
D	$y = \text{ctg}(x^2)$	4	$y' = \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$																												
A	B	C	D																												
19		<p align="center">Прочитайте текст и установите соответствие Найдите соответствие.</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>Дифференциальное уравнение вида $y' + a(x)y + b(x)y^2 = c(x)$ где $a(x), b(x)$ и $c(x)$ - заданные непрерывные функции</td> <td>1</td> <td>называются однородными дифференциальными уравнениями</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>Обыкновенные дифференциальные уравнения, которые могут быть записаны в виде $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$,</td> <td>2</td> <td>называется уравнением Риккати</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>Обыкновенные дифференциальные уравнения, которые могут быть записаны в виде $y' = f(x) \cdot g(y)$,</td> <td>3</td> <td>называются дифференциальными уравнениями с разделяющимися переменными</td> </tr> </tbody> </table> <p>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	A	Дифференциальное уравнение вида $y' + a(x)y + b(x)y^2 = c(x)$ где $a(x), b(x)$ и $c(x)$ - заданные непрерывные функции	1	называются однородными дифференциальными уравнениями	B	Обыкновенные дифференциальные уравнения, которые могут быть записаны в виде $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$,	2	называется уравнением Риккати	C	Обыкновенные дифференциальные уравнения, которые могут быть записаны в виде $y' = f(x) \cdot g(y)$,	3	называются дифференциальными уравнениями с разделяющимися переменными	A	B	C				ПК-1										
A	Дифференциальное уравнение вида $y' + a(x)y + b(x)y^2 = c(x)$ где $a(x), b(x)$ и $c(x)$ - заданные непрерывные функции	1	называются однородными дифференциальными уравнениями																												
B	Обыкновенные дифференциальные уравнения, которые могут быть записаны в виде $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$,	2	называется уравнением Риккати																												
C	Обыкновенные дифференциальные уравнения, которые могут быть записаны в виде $y' = f(x) \cdot g(y)$,	3	называются дифференциальными уравнениями с разделяющимися переменными																												
A	B	C																													

20	Прочитайте текст и установите соответствие Найдите соответствие.			ПК-3						
	А	Дифференциальное уравнение вида: $y'' + P(x)y = f(x)y^m$, $m \in R$. При $m = 0$ оно превращается.	1		в уравнение с разделяющимися переменными					
	В	Дифференциальное уравнение вида: $y'' + P(x)y = f(x)y^m$, $m \in R$. При $m = 1$ оно превращается.	2		в линейное дифференциальное уравнение					
	С	Дифференциальное уравнение вида: $y'' + P(x)y = f(x)y^m$, $m \in R$. При $m \neq 1, m \neq 0$ оно превращается	3		в уравнение Бернулли					
Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:										
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 33%;">А</td> <td style="width: 33%;">В</td> <td style="width: 33%;">С</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>					А	В	С			
А	В	С								

ЗАДАНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ТИПА С ВЫБОРОМ ОДНОГО ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

21	<p>Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Для дифференциального уравнения $y'' + 16y = 0$ характеристическое уравнение имеет вид:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\lambda^2 + 16\lambda = 0$; 2. $\lambda^2 + 16 = 0$; 3. $\lambda + 16 = 0$; 4. $\lambda^2 - 16\lambda = 0$; 	ПК-3
22	<p>Прочитайте текст и выберите правильный ответ. В каком виде следует искать частное решение уравнения $y''' + y' = \sin x + \cos x$?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $y = A \cos x$ 2. $y = A \cos x + B \sin x$ 3. $y = B \sin x$ 4. $y = x(A \cos x + B \sin x)$ 	ПК-1

23		<p>Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Среди перечисленных задач «задачей Коши» является</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $xуу' = 1 - x^2$; 2. $ydx + \operatorname{ctg} x dy = 0$, $y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$; 3. $y' = 3y - 1$; 4. $(y'')^2 + (y')^2 = 1$. 	ПК-3
24		<p>Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Укажите вид частного решения неоднородного дифференциального уравнения</p> $y'' + 6y' = 5x$ <ol style="list-style-type: none"> 1. $y^* = (a_1x + a_0)x$; 2. $y^* = (a_1x + a_0)e^{\frac{2}{3}x}$; 3. $y^* = a_1x + a_0$; 4. $y^* = a_1x$. 	ПК-1
25		<p>Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами содержит тригонометрические функции, если</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. определитель Вронского равен нулю; 2. корни характеристического уравнения – комплексные; 3. корни характеристического уравнения – действительные и различные; 4. корни характеристического уравнения – вещественные и равные. 	ПК-1
26		<p>Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Какое высказывание не отражает признак уравнения в полных дифференциалах?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Левая часть уравнения представляет собой сумму частных дифференциалов. 2. Частная производная по одной переменной одного слагаемого и частная производная по другой переменной другого слагаемого равны. 3. Общее решение в неявном виде определяется уравнением $F(x, y) = C$. 4. Выражение, зависящее от y входит только в левую часть, а выражение, зависящее от x – только в правую часть. 	ПК-3

ЗАДАНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ТИПА С ВЫБОРОМ НЕСКОЛЬКИХ ПРАВИЛЬНЫХ ОТВЕТОВ

27	<p>Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Какое из следующих утверждений о уравнении Риккати является верным?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Уравнение Риккати имеет вид $y' + a(x)y + b(x)y^2 = c(x)$; 2. Уравнение Риккати всегда имеет одно решение; 3. Уравнение Риккати может быть преобразовано в линейное уравнение при определенных условиях; 4. Уравнение Риккати используется только в теории управления. 	ПК-3
28	<p>Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Какие из следующих методов могут использоваться для решения дифференциальных уравнений:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Метод разделения переменных; 2. Метод интегрирующего множителя; 3. Метод замены переменных; 4. Метод вероятностного моделирования. 	ПК-1
29	<p>Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Какие из следующих свойств могут быть у решений дифференциальных уравнений:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Существование и единственность решения; 2. Непрерывность и дифференцируемость; 3. Линейная комбинация решений линейного уравнения также является решением; 4. Все решения являются периодическими. 	ПК-1
30	<p>Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Какие из следующих методов могут использоваться для решения систем дифференциальных уравнений? (Выберите все правильные ответы)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Метод подстановки; 2. Метод сведения системы к одному ДУ высшего порядка; 3. Метод разделения переменных; 4. Метод интегрируемых комбинаций. 	ПК-3

31		<p>Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Какое из следующих уравнений является линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $y'' + 3y' + 2y = 0$; 2. $y'' + 2xy' + y = 0$; 3. $4y' - 5y = e^x$; 4. $y'' + y^2 = 0$. 	ПК-1
32		<p>Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Какое из следующих уравнений является уравнением Клеро:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $y = xy' + y'^4$; 2. $y = y'' + x^2y$; 3. $y = xy' - y'^2$; 4. $y = y'' + \sin(x)y$. 	ПК-3